

Fila A Cognome Nome
Tempo: Classe Data

Problema

Dato il fascio di circonferenze di equazione $(4k + 1)x^2 + (4k + 1)y^2 + 2kx - (6k + 1)y - 4k - 1 = 0$, determina:

- le equazioni delle circonferenze generatrici, l'asse radicale, gli eventuali punti base, la retta dei centri;
- la circonferenza del fascio che passa per il punto $(3, 1)$;
- le circonferenze tangenti alla retta $x = y - 2$;
- la circonferenza avente il centro sull'asse y ;
- i valori di k per cui i cerchi del fascio abbiano area $\frac{5}{4}\pi$.

Quesiti

1 Data la circonferenza di equazione

$$x^2 + y^2 - 8x + 8y + 16 = 0$$

determinane il centro, il raggio, la tangente nel suo punto $D(3, -4 + \sqrt{15})$ e i punti di intersezione con gli assi.

2 I punti $A\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$ e $B(-1, -2)$ sono gli estremi di un diametro di una circonferenza. Determina l'equazione della circonferenza.

3 Stabilisci, sia con il metodo geometrico sia con quello analitico, la posizione reciproca tra la retta r di equazione $2x + y - 5 = 0$ e la circonferenza di equazione $4x^2 + 4y^2 - 16y - 9 = 0$. Rappresenta graficamente le due curve.

4 Dopo aver verificato che il punto $P(2, 1)$ è esterno alla circonferenza di equazione

$$x^2 + y^2 + x - y - 2 = 0$$

determina l'equazione della polare del punto P rispetto alla circonferenza.

5 Stabilisci la posizione reciproca delle due circonferenze di equazioni:

$$5x^2 + 5y^2 + x - 4 = 0 \quad \text{e} \quad x^2 + y^2 + y = 0$$

6 Dato il fascio formato da due circonferenze non concentriche di equazioni $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ e $x^2 + y^2 + a'x + b'y + c' = 0$, dimostra che l'asse radicale è una retta perpendicolare alla retta dei centri delle due circonferenze.

Fila B Cognome Nome
Tempo: Classe Data

Problema

Dato il fascio di circonferenze di equazione $(k+2)x^2 + (k+2)y^2 - (2k+1)x - 2(k+1)y - k - 1 = 0$, determina:

- le equazioni delle circonferenze generatrici, l'asse radicale, gli eventuali punti base, la retta dei centri;
- la circonferenza del fascio che passa per l'origine degli assi;
- la circonferenza avente il centro sulla retta $x - 2 = 0$;
- i valori di k per cui le circonferenze sono tangenti alla retta $y = -2x$;
- le equazioni delle circonferenze i cui centri hanno distanza uguale a $\frac{1}{2}$ dall'origine degli assi.

Quesiti

1 Data la circonferenza di equazione

$$x^2 + y^2 + x - y - 2 = 0$$

determinane il centro, il raggio e la tangente nel suo punto $D(-1, 2)$ e i punti di intersezione della circonferenza con gli assi.

2 I punti $A\left(3, -\frac{1}{2}\right)$ e $B(1, -2)$ sono gli estremi di un diametro di una circonferenza. Determina l'equazione della circonferenza.

3 Stabilisci, sia con il metodo geometrico sia con quello analitico, la posizione reciproca tra la retta r di equazione $x + y + 2 = 0$ e la circonferenza di equazione $3x^2 + 3y^2 + x - y - 6 = 0$. Rappresenta graficamente le due curve.

4 Dopo aver verificato che il punto $P(4, 3)$ è esterno alla circonferenza di equazione

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y - 1 = 0$$

determina l'equazione della polare del punto P rispetto alla circonferenza.

5 Stabilisci la posizione reciproca delle due circonferenze di equazioni:

$$x^2 + y^2 + 3x - y - 2 = 0 \quad \text{e} \quad 2x^2 + 2y^2 - x - y = 0$$

6 Per ricavare la retta tangente a una circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ in un suo punto di coordinate (x_0, y_0) si può utilizzare la formula $xx_0 + yy_0 + a\frac{x+x_0}{2} + b\frac{y+y_0}{2} + c = 0$. Ricava tale formula.