

Fila A                      Cognome ..... Nome .....  
Tempo: .....              Classe ..... Data .....

## Problema

a. Studia, al variare di  $k$ , la natura delle coniche del fascio di equazione:

$$(k-1)x^2 + (k+1)y^2 + (2-k)x + ky - 1 = 0$$

b. Studia le coniche che si ottengono dall'equazione data al punto a., rispettivamente per  $k = -1$ ,  $k = 0$ ,  $k = 2$ .

c. Trova i punti d'intersezione delle coniche che si sono ottenute al punto precedente per  $k = 0$ ,  $k = 2$ .

d. Data la conica trovata al punto b. per  $k = 2$ , determina l'equazione del fascio di ellissi con centro nel punto

$C\left(2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ , assi paralleli agli assi cartesiani e tangente alla conica in questione nel suo punto  $P$  di coordinate  $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ .

## Quesiti

**1** Discuti il sistema misto:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 4 = 0 \\ y = x + k \\ 2 - 2\sqrt{2} \leq x \leq 2 \wedge y \geq 0 \end{cases}$$

**2** Rappresenta graficamente il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 + x - 2\sqrt{3}y - 1 \geq 0 \\ 4x^2 + 4y^2 + 24x - 32y - 21 \leq 0 \end{cases}$$

**3** Rappresenta la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 2t^2 - 1 \\ y = t + 2 \end{cases}$$

e scrivi la sua equazione cartesiana.

**4** Dati in un piano un punto fisso  $F$ , detto fuoco, di coordinate  $F(2, 0)$  e una retta  $d$ , detta direttrice a cui non appartiene  $F$ , di equazione  $x - 1 = 0$  e un numero reale non negativo  $2k$ , detto eccentricità, determina al variare di  $k$  il luogo dei punti  $P$  del piano per cui il rapporto tra le distanze di  $P$  dal fuoco e dalla retta  $d$  è costante ed è uguale a  $2k$ . Stabilisci per quali valori di  $k$  il luogo trovato rappresenta un'ellisse, una parabola o un'iperbole.

**5** Scrivi le equazioni di due coniche che:

- a. non hanno alcun punto in comune;
- b. hanno due punti in comune.

