Prova intermedia di verifica - 1

Unità 7 - Equazione della circonferenza, retta e circonferenza

1 Una sola delle seguenti equazioni **non** rappresenta *alcun* punto nel piano cartesiano. Individua quale, dandone esauriente spiegazione. Per le altre equazioni stabilisci il centro e il raggio della circonferenza corrispondente.

a. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13 = 0$
b. $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 22 = 0$
c. $x^2 + y^2 - 4 = 0$
d. $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$

2 Scrivi l'equazione della circonferenza circoscritta al triangolo ABC, di vertici $A(-1,\ 0)$, $B(3,\ 0)$, $C(1,\ -4)$.

3 Determina le equazioni delle rette parallele alla bisettrice del primo e del terzo quadrante e tangenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 6 = 0$.

4 Stabilisci per quali valori di k l'equazione $x^2 + y^2 - 2kx + 2(k-1)y + 5 = 0$ rappresenta una circonferenza (eventualmente degenere in un punto), il cui centro dista dall'origine meno di $\sqrt{13}$.

5 Scrivi l'equazione della circonferenza di centro $C(2,\ -1)$, tangente alla retta di equazione $y = 2x$.

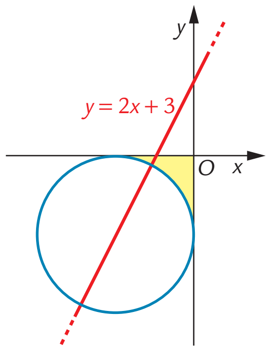
6 Determina l'equazione della circonferenza che ha centro nel punto $C(-2,\ 4)$ e individua sulla bisettrice del primo e del terzo quadrante un segmento di misura $6\sqrt{2}$.

7 Dati due punti A e B e una retta r, esponi il procedimento geometrico per determinare l'equazione della circonferenza passante per A e B e avente il centro sulla retta r, specificando sotto quali condizioni tale circonferenza esiste ed è unica. Dati i punti $A(-1,\ 0)$ e $B(3,\ 2)$, fornisci l'esempio di una retta r tale per cui **non** esiste alcuna circonferenza passante per A e B e avente il centro su r.

8 Dimostra che la tangente nell'origine alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ è la retta di equazione $ax + by = 0$.

9 Un rettangolo $ABCD$ ha la base AB di misura 10 e il lato BC di misura 6. Riferisci il rettangolo a un conveniente sistema di riferimento cartesiano ortogonale e scrivi l'equazione della circonferenza circoscritta al rettangolo.

10 Scrivi l'equazione della circonferenza situata nel terzo quadrante e tangente agli assi cartesiani, avente il centro sulla retta di equazione $y = 2x + 3$. Determina l'area del triangolo mistilineo colorato in figura, limitato da tale circonferenza e dagli assi cartesiani (si parla di triangolo «mistilineo» per indicare un «triangolo» in cui un «lato» non è un segmento ma un arco di curva).



Soluzioni

1 **a.** Rappresenta una circonferenza di centro $(3, 2)$ e raggio nullo (ossia un unico punto); la circonferenza **b.** non rappresenta alcun punto perché $\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c < 0$; **c.** rappresenta una circonferenza di centro l'origine e raggio 2; **d.** rappresenta una circonferenza di centro $(0, 3)$ e raggio 2.

2 $x^2 + y^2 - 2x + 3y - 3 = 0$

3 $y = x \pm 4$

4 $-2 < k \leq -1 \vee 2 \leq k < 3$

5 $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$

6 $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 16 = 0$

7 Occorre determinare il centro della circonferenza (intersecando l'asse di AB con la retta r) e poi il raggio (determinando la distanza del centro da A o da B), indi scrivere l'equazione della circonferenza che ha il centro e il raggio individuati. La circonferenza esiste ed è unica purché l'asse di AB **non** sia parallelo alla retta r . Nel caso dei punti A e B dati, ogni retta parallela all'asse di AB e distinta da questo, cioè dalla retta di equazione $y = 3 - 2x$, è un possibile esempio di retta per cui non esiste una circonferenza che soddisfa le condizioni assegnate.

8 Basta scrivere l'equazione della retta che passa per l'origine O e che è perpendicolare al raggio CO (essendo C il centro della circonferenza) oppure utilizzare le formule di sdoppiamento.

9 Rispetto a un sistema di riferimento in cui i vertici del rettangolo hanno coordinate $(-5, -3)$, $(5, -3)$, $(5, 3)$, $(-5, 3)$, l'equazione della circonferenza è $x^2 + y^2 = 34$.

10 $x^2 + y^2 + 6x + 6y + 9 = 0$; Area $= 9 - \frac{9}{4}\pi$.