Prova intermedia di verifica - 2

Unità 11 - Disequazioni di secondo grado in due variabili. Sistemi parametrici misti

1 Determina l'area della regione di piano definita dal sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} \le 1 \\ 3y^2 - 4x - 12 \ge 0 \end{cases}$$

2 Descrivi analiticamente e rappresenta graficamente il luogo dei punti del piano la cui distanza dal punto $P(0, 2)$ è minore o uguale della distanza dalla retta di equazione $y = -2$.

3 Stabilisci, al variare di k, da che cosa sono rappresentate graficamente le soluzioni del sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y \ge 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 2y - k \le 0 \end{cases}$$

4 Discuti il sistema $\begin{cases} kx^2 - 2x + 4 = 0 \\ 0 \le x \le 2 \end{cases}$

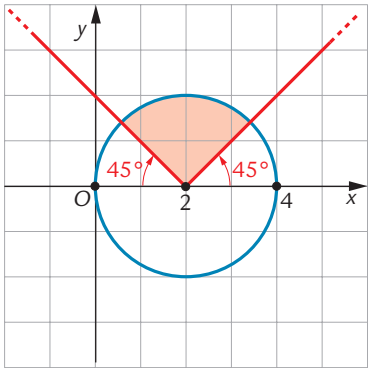
5 Sia $a > 0$; determina per quale valore di a la regione di piano che rappresenta le soluzioni della disequazione $|y| \le 2ax - 2x^2$ ha area uguale a 18.

6 Scrivi un sistema di disequazioni che rappresenti i punti che sono contemporaneamente interni all'ellisse avente vertici in $(\pm 3, 0)$ e $(0, \pm 4)$ ed esterni alla circonferenza avente centro nell'origine e raggio $\sqrt{2}$.

7 Discuti il sistema:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 4} = 2x + k \\ 2 \le x \le 6 \end{cases}$$

8 Scrivi un sistema che rappresenti il settore circolare colorato in figura.
Determina per quali valori di a il punto $P(2a, a)$ appartiene a tale settore.



9 L'insieme delle soluzioni di uno dei seguenti sistemi è rappresentato nel piano cartesiano da uno e un solo punto. Individua quale, dandone esauriente spiegazione.

A $\begin{cases} x^2 + y^2 \le 4 \\ x^2 - y^2 \ge 4 \end{cases}$ B $\begin{cases} x^2 + y^2 \le 4 \\ x^2 - y^2 \ge -4 \end{cases}$ C $\begin{cases} x^2 + y^2 \le 4 \\ x \ge y^2 + 2 \end{cases}$ D $\begin{cases} x^2 + y^2 \ge 4 \\ x^2 + y^2 \le 1 \end{cases}$

10 Discuti il sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2y - k = 0 \\ \dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{2} = 1 \\ x \ge 0 \wedge y \ge 0 \end{cases}$$

Le soluzioni sono alla pagina seguente

La matematica a colori – Petrini © 2015 – De Agostini Scuola SpA – Novara

Soluzioni

1 $3\pi - 8$

2 Il luogo è descritto analiticamente dalla disequazione $y \geq \frac{1}{8}x^2$ ed è rappresentato dalla parabola di equazione $y = \frac{1}{8}x^2$ e dai punti interni a essa.

3 $k < 0$: nessun punto; $k = 0$: una circonferenza; $k > 0$: una corona circolare.

4 Una soluzione per $k \leq 0$.

5 $a = 3$

6 $\begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} < 1 \\ x^2 + y^2 > 2 \end{cases}$.

7 Una soluzione per $4\sqrt{2} - 12 \leq k < -4$; due soluzioni per $-4 \leq k \leq -2\sqrt{3}$.

8 $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x \leq 0 \\ y \geq |x - 2| \end{cases}$; $\frac{2}{3} \leq a \leq \frac{8}{5}$

9 Il primo sistema è rappresentato da due punti; il secondo da infiniti punti; il terzo da un solo punto e il quarto da nessun punto. La risposta esatta è **c**.

10 Due soluzioni per $-\frac{9}{5} \leq k \leq 0$; una soluzione per $0 < k \leq 8$.

La matematica a colori – Petrini © 2015 – De Agostini Scuola SpA – Novara