Limiti e problemi

Esercizio 1

Le misure dei cateti di un triangolo rettangolo sono x e 2. Determina il limite cui tende il raggio della circonferenza inscritta nel triangolo, quando $x \to +\infty$.

1. In GeoGebra individua tre punti A, B e C, in modo tale che A coincida con l'origine degli assi, B sia il punto $(0, 2)$ e C sia un punto variabile sull'asse x.
2. Indica con a la misura del segmento AC.
   Traccia le bisettrici degli angoli $B\widehat{A}C$ e $A\widehat{B}C$ e individua il loro punto di intersezione K.
3. Traccia, da K, una retta perpendicolare a un qualsiasi lato del triangolo e individua il suo punto di intersezione con il lato stesso, chiamato P.
4. Traccia la circonferenza di centro K e raggio PK: si tratta della circonferenza inscritta nel triangolo.
5. Traccia il segmento PK e chiama r la sua misura.
6. Visualizza il foglio di calcolo e inserisci «a» nella cella A1 e «r» nella cella B1, in modo che vengano visualizzate le misure di tali segmenti nelle rispettive celle. Trascina il punto C sull'asse x, per verificare la variazione di tali misure.
   Quale valore tende ad assumere r quando a diventa sempre più grande?

   ....

   ....

   Formula una congettura e completa la scrittura seguente.

   $\lim_{a \to +\infty} r =$ ....

   ....

   Ora puoi risolvere il problema per via analitica e verificare la validità della tua ipotesi.

Esercizio 2

Scrivi l'equazione della parabola γ, con asse parallelo all'asse y, passante per i punti $O(0, 0)$, $A(4, 0)$ e $B(5, 5)$. Sia r la retta OB e s la retta parallela all'asse x passante per B.

Sull'arco $\widehat{OB}$ della parabola γ, considera un punto P di ascissa x e indica con H la sua proiezione sulla retta r e con K la sua proiezione sulla retta s. Calcola il limite del rapporto $\dfrac{\overline{PH}\sqrt{2}}{\overline{PK}}$ al tendere di P a B.

1. In GeoGebra individua i tre punti A, B e O.
2. Dopo aver calcolato l'equazione della parabola γ: ...., scrivila nella barra di inserimento e disegnala, verificando che passa per i tre punti dati.
3. Disegna la retta OB e chiamala r.
4. Disegna la retta parallela all'asse x passante per B e chiamala s.
5. Disegna il punto P, sull'arco $\widehat{OB}$ della parabola.
6. Traccia la perpendicolare da P a r e indica con H la loro intersezione.

7. Traccia la perpendicolare da P a s e indica con K la loro intersezione.
8. Individua l'intersezione di quest'ultima perpendicolare con l'asse x e chiamala P'.
9. Traccia i segmenti PH, PK e OP' e indica rispettivamente con a, b e p le loro misure.
10. Visualizza il foglio di calcolo e inserisci «p» nella cella A1 e «a*sqrt(2)/b» nella cella B1, in modo che vengano visualizzati i valori cercati nelle rispettive celle. Trascina il punto P sulla parabola, per verificare la variazione di tali misure.
Quale valore tende ad assumere la cella B1 quando P diventa sempre più vicino a B?

....

....

Formula una congettura e completa la scrittura seguente.

$\lim_{P \to B} \frac{\overline{PH}\sqrt{2}}{\overline{PK}} =$ ....

....

Ora puoi risolvere il problema per via analitica e verificare la validità della tua ipotesi.