

## Unità 2 - Il calcolo dei limiti

Calcola i seguenti limiti.

**1**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 3x + 1} - x$

**2**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x + 2}$

**3**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^4 - x^3 - x^2 + 1}$

**4**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{(e^{2x} - 1)^2}$

**5**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+2}{x+3} \right)^x$

**6**  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 1}{(2x - \pi)^2}$

**7** Calcola i seguenti limiti:

a.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1+\ln x^2}{\sin x}}$

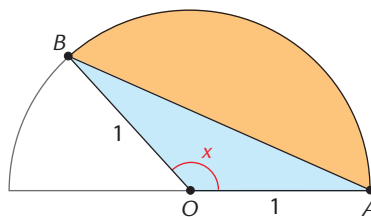
b.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1+\ln x^2}{\sin x}}$

**8** Calcola, in dipendenza del parametro  $a$ , con  $a > 0$ , il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^a + x^2 + 1}{2x^3 + x + 1}$$

**9** Sia  $P$  un punto appartenente al semiasse delle ordinate positive. Determina il limite cui tende il rapporto  $\frac{PA}{PO}$ , essendo  $A(1, 1)$  e  $O$  l'origine degli assi, quando la distanza di  $P$  da  $O$  tende a  $+\infty$ .

**10** Il semicerchio rappresentato in figura ha raggio unitario e  $x$  rappresenta la misura, in radianti, dell'angolo  $\widehat{AOB}$ . Determina il limite cui tende il rapporto tra l'area del segmento circolare colorato in arancione e l'area del triangolo  $AOB$  quando  $x \rightarrow 0$ .



# Soluzioni

**1**  $\frac{3}{2}$

**2**  $-1$

**3**  $-3$

**4**  $\frac{1}{4}$

**5**  $e^{-1}$

**6**  $-\frac{1}{8}$

---

**7** **a.**  $+\infty$ ; **b.**  $0$

**8** Se  $0 < a < 3$ , il limite è  $0$ ; se  $a = 3$ , il limite è  $4$ ; se  $a > 3$ , il limite è  $+\infty$ .

**9** Sia  $P(0, t)$ , con  $t > 0$ ; si giunge a dover calcolare il limite  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{t^2 - 2t + 2}}{t}$ ; il risultato è  $1$ .

**10** Si giunge a dover calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\sin x}$ ; il risultato è  $0$ .