

Integrali impropri

▲ Esercizio 1

1. Considera la scrittura $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$. Secondo te ha senso?
-

Se hai in mente il grafico della funzione integranda, risulta evidente che l'integrale dovrebbe rappresentare l'area di una figura illimitata.

Può questa area avere un valore finito?

.....

Proviamo a vederlo insieme, con una costruzione in GeoGebra.

2. Inserisci nella barra di inserimento l'espressione della funzione $f(x) = \frac{1}{x^2}$: «f(x)=1/x^2».
3. Crea uno slider  «k», con valore minimo 1, valore massimo 10 e incremento 0,1. Posizionalo tutto a sinistra, in modo che il suo valore sia 1.
4. Traccia le rette di equazioni $x = 1$ e $x = k$.
5. Ora calcola l'integrale $\int_1^k f(x)dx$, immettendo nella barra di inserimento la seguente formula: «Integrale [f,1,k]». Indica con «c» il suo valore.
6. Visualizza il foglio di calcolo, clicca con il pulsante destro su «k» e scegli la voce «Registra sul foglio di calcolo»; ripeti l'operazione cliccando su «c».
7. Trascina lo slider verso destra, in modo da creare sul foglio di calcolo una tabella di dati.
8. Seleziona ora tutti i dati presenti nel foglio di calcolo, visualizza la vista Grafici 2 e crea una lista di punti .
- Sulla vista Grafici 2 compare il grafico dell'area in questione al variare di k. A che cosa tende tale area quando $k \rightarrow +\infty$?
-
-

▲ Esercizio 2

Ripeti l'Esercizio 1 con la funzione $f(x) = \frac{1}{x}$.

▲ Esercizio 3

Ripeti l'Esercizio 1 con la funzione $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$.