

Fila A

Cognome Nome

Tempo: 2 ore

Classe Data

Problema

- a. Scrivi l'equazione della parabola p_1 , con asse parallelo all'asse x e con la concavità rivolta verso il semiasse positivo delle x , che è tangente alla retta $r : x + 6y + 18 = 0$ nel suo punto A di intersezione con l'asse y e forma con l'asse y un segmento parabolico di area 36.
- b. Determina le coordinate dei punti B e C , con $x_B < x_C$, di intersezione della parabola con la retta s : $x + y + 7 = 0$.
- c. Scrivi l'equazione del fascio di parabole con asse parallelo all'asse y avente come punti base A e B e determina l'equazione della parabola p_2 passante per il punto C .
- d. Determina le coordinate dei punti di intersezione delle parabole p_1 e p_2 .
- e. Determina l'area della parte finita di piano compresa tra le due parabole.
- f. Determina il volume del solido generato dalla rotazione completa intorno all'asse x della regione finita di piano limitata dalla parabola p_1 , dall'asse x e dal semiasse positivo delle y .

Quesiti

1 Se $\int_0^6 f(x) dx = 4$ e $\int_0^9 f(x) dx = 10$, stabilisci se è possibile determinare i valori dei seguenti integrali e, in caso affermativo, calcolali:

a. $\int_0^6 f(2x) dx$ b. $\int_0^3 f(2x) dx$

c. $\int_2^3 f(3x) dx$ d. $\int_0^{18} f\left(\frac{x}{2}\right) dx$

2 Calcola il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sqrt{x}} \sin t^2 dt}{x\sqrt{x}}$$

3 Determina il volume del solido generato dalla rotazione completa intorno all'asse x della regione finita di piano limitata dalla curva di equazione $y = \frac{6x - 6}{x}$ e dalla retta r : $y = x - 1$.

4 Determina il valore di k in modo che il valore medio della funzione $f(x) = (x+1)e^x$ nell'intervallo $[0, k]$, con $k > 0$, sia \sqrt{e} .

5 Determina l'area della regione finita di piano limitata dalle curve di equazioni $y = \ln x$ e $y = 1 - \ln(ex)$ e dalla retta di equazione $x = e$.

Fila B

Cognome Nome

Tempo: 2 ore

Classe Data

Problema

- a. Scrivi l'equazione del fascio di parabole con asse parallelo all'asse y tangenti alla retta $r: 6x - y + 12 = 0$ nel suo punto A di intersezione con l'asse x .
 Scrivi l'equazione della parabola p_1 del fascio che ha la concavità rivolta verso il basso e forma con l'asse x un segmento parabolico di area 36.
- b. Scrivi l'equazione della tangente t alla parabola p_1 nel suo punto B di intersezione con l'asse y .
 c. Scrivi l'equazione della parabola p_2 con asse parallelo all'asse x che passa per A ed è tangente alla parabola p_1 nel punto B .
 d. Determina le coordinate dei punti di intersezione delle parabole p_1 e p_2 .
 e. Determina le aree delle due regioni finite di piano comprese tra le due parabole p_1 e p_2 .
 f. Determina il volume del solido generato dalla rotazione completa intorno all'asse x della regione finita di piano limitata dalla parabola p_2 , dall'asse x e dal semiasse positivo delle y .

Quesiti

1 Se $\int_0^2 f(x) dx = 8$ e $\int_2^8 f(x) dx = 10$, stabilisci se è possibile determinare i valori dei seguenti integrali e, in caso affermativo, calcolali:

a. $\int_0^4 f\left(\frac{x}{4}\right) dx$ b. $\int_0^{16} f\left(\frac{x}{2}\right) dx$
 c. $\int_4^{16} f(2x) dx$ d. $\int_0^{\frac{1}{2}} f(4x) dx$

2 Calcola il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{x^2} (e^{\sqrt{t}} - 1) dt}{\sqrt{x^3 + 1} - 1}$$

3 Determina il volume del solido generato dalla rotazione completa intorno all'asse x della regione finita di piano limitata dalla curva di equazione $y = \frac{4-x}{x}$ e dalla retta $r: y = 4 - x$.

4 Determina il valore di k in modo che il valor medio della funzione $f(x) = \frac{x-1}{x} + \ln x$ nell'intervallo $[1, k]$, con $k > 1$, sia 2.

5 Determina l'area della regione finita di piano limitata dall'asse y e dalle curve di equazioni $y = e^x$ e $y = 2e^{-2x}$.