PROVA DI VERIFICA
35A

Introduzione alle equazioni differenziali

Fila A Cognome .... Nome ....
Tempo: 2 ore Classe .... Data ....

Problema

Considera l'equazione differenziale:

$$(a-1)\,y'' - 2a\,y' + (a+3)\,y = 0$$

a. Determina il valore di a per il quale l'equazione diventa del primo ordine e il corrispondente integrale generale.

b. Per $a = \dfrac{3}{2}$, determina l'integrale generale e l'integrale particolare il cui grafico ha un massimo nel punto $M\left(1,\ \dfrac{e^3}{9}\right)$.

c. Per $a = -3$, determina l'integrale generale e l'integrale particolare che soddisfa le condizioni $y(0) = 1$ e $y'(0) = -\dfrac{3}{2}$.

d. Per $a = 2$, determina l'integrale generale e l'integrale particolare che soddisfa le condizioni $y(0) = -1$ e $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = e^{\pi}$.

e. Scrivi, in corrispondenza di a, l'integrale generale dell'equazione.

Quesiti

1 Risolvi il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 1 + 2xy' = y^2 - x^2y' \\ y(1) = 5 \end{cases}$$

2 Mostra che le due equazioni $y'' - y' - 2y = 0$ e $y'' - 3y' - 4y = 0$ hanno in comune un integrale particolare che soddisfa la condizione $y(0) = 3$.

3 Risolvi il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' = (x+1)\ \ln x \\ y(1) = \dfrac{1}{9} \\ y'(1) = \dfrac{3}{4} \end{cases}$$

4 Scrivi l'integrale generale dell'equazione:

$$(4x^2+1)y' = 8xy + x\left(4x^2+1\right)^3$$

5 Dell'equazione $y' = a(x)\,y + b(x)$ sono noti due integrali particolari:

$$f_1(x) = 2x^3 \quad \text{e} \quad f_2(x) = 2x^3 + x$$

Determina $a(x)$ e $b(x)$ e dimostra che l'integrale generale è $f(x) = 2x^3 + cx$.

PROVA DI VERIFICA
35B

Introduzione alle equazioni differenziali

Fila B	Cognome	Nome ....
Tempo: 2 ore	Classe	Data ....

Problema

Considera l'equazione differenziale:

$$(a-2)\,y'' - 2(a+1)\,y' + ay = 0$$

a. Determina il valore di a per il quale l'equazione diventa del primo ordine e il corrispondente integrale generale.

b. Per $a = -\frac{1}{4}$, determina l'integrale generale e l'integrale particolare il cui grafico ha un minimo nel punto $N\left(6, -\frac{3}{e^2}\right)$.

c. Per $a = 0$, determina l'integrale generale e l'integrale particolare che soddisfa le condizioni $y(0) = -1$ e $y'(0) = 2$.

d. Per $a = -\frac{5}{2}$, determina l'integrale generale e l'integrale particolare che soddisfa le condizioni $y(0) = -1$ e $y\left(\frac{3}{4}\pi\right) = -e^{\frac{\pi}{4}}$.

e. Scrivi, in corrispondenza di a, l'integrale generale dell'equazione.

Quesiti

1 Risolvi il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 4y' + 4y = x^2y' - 4y^2 \\ y(1) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

2 Mostra che le due equazioni $2y'' - y' - y = 0$ e $y'' - 3y' + 2y = 0$ hanno in comune un integrale particolare che soddisfa la condizione $y(0) = -3$.

3 Risolvi il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' = x \ln\,(x+1) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -2 \end{cases}$$

4 Scrivi l'integrale generale dell'equazione:

$$(x^2+4)y + 2xy = 2x^3 + 8x$$

5 Dell'equazione $y' = a(x)\,y + b(x)$ sono noti due integrali particolari:

$$f_1(x) = x^2 \quad \text{e} \quad f_2(x) = \frac{x^3+1}{x}$$

Dimostra che l'integrale generale è $f(x) = \frac{x^3+c}{x}$ e determina $a(x)$ e $b(x)$.