

Unità 8 - Primitive e integrali indefiniti immediati o risolvibili per sostituzione

Calcola i seguenti integrali indefiniti.

1 $\int \frac{x^3 + 1}{x^4} dx$

2 $\int \sin x (1 - \cos x)^2 dx$

3 $\int x \sqrt{1 + 3x^2} dx$

4 $\int \left(\frac{x+1}{\sqrt{x}} \right) dx$

5 $\int \frac{1}{x \ln^3 x} dx$

6 $\int \frac{1}{1 + 4x^2} dx$

7 $\int \frac{1}{(1 + \sqrt{x})^3} dx$

8 $\int (e^{-3x+1} \cdot e^{3x} + e^{2x}) dx$

9 Determina la primitiva $F(x)$ della funzione $f(x) = \sin x \sqrt{\cos x}$ il cui grafico passa per il punto di coordinate $(2\pi, 1)$.

10 Determina la primitiva $F(x)$ della funzione $f(x) = x(x+1)^8$ il cui grafico passa per l'origine.

Soluzioni

1 $\ln |x| - \frac{1}{3x^3} + c$

2 $\frac{1}{3}(1 - \cos x)^3 + c$

3 $\frac{1}{9}\sqrt{(3x^2 + 1)^3} + c$

4 $\frac{2}{3}\sqrt{x}(x + 3) + c$

5 $-\frac{1}{2\ln^2 x} + c$

6 $\frac{1}{2}\arctan 2x$

7 L'integrale si può calcolare facilmente seguendo la sostituzione $1 + \sqrt{x} = t$; $-\frac{2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 1)^2} + c$

8 $\frac{1}{2}e^{2x} + ex + c$

9 $F(x) = -\frac{2}{3}\sqrt{\cos^3 x} + \frac{5}{3}$

10 Per calcolare l'integrale indefinito $\int x(x+1)^8 dx$ esegui la sostituzione $x+1 = t$; la primitiva richiesta è $F(x) = \frac{1}{10}(x+1)^{10} - \frac{1}{9}(x+1)^9 + \frac{1}{90}$.