

Limiti e funzioni trascendenti

Esercizio 1

Data una circonferenza di centro O e raggio unitario, considera un angolo al centro $\widehat{AOB} = 2x$, con $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Traccia le tangenti alla circonferenza in A e B e indica con P il loro punto d'intersezione e con H il punto in cui OP interseca la circonferenza. Tracciata la tangente alla circonferenza in H , indica con A' e B' , rispettivamente, i punti d'intersezione della tangente con le rette AP e BP . Calcola il limite cui tende il rapporto tra il perimetro del triangolo APB e il perimetro del triangolo $A'P'B'$, quando $x \rightarrow 0$.

1. In GeoGebra, individua l'origine degli assi e chiamala O .
2. Traccia la circonferenza  di centro O e raggio 1.
3. Considera sulla circonferenza il punto $A(1, 0)$, fisso, e il punto mobile  B .
4. Individua l'angolo  $\widehat{AOB}$.
5. Traccia le tangenti  alla circonferenza in A e B e individua il loro punto di intersezione  P .
6. Traccia il segmento  OP e chiama H la sua intersezione  con la circonferenza.
7. Traccia la tangente  in H alla circonferenza e indica con A' e B' le sue intersezioni con le rette AP e BP .
8. Disegna i segmenti  AP , BP e AB e indica rispettivamente con a , b e c le loro misure.
9. Disegna i segmenti  $A'P'$, $B'P'$ e $A'B'$ e indica rispettivamente con a' , b' e c' le loro misure.
10. Visualizza il foglio di calcolo e inserisci « $a + b + c$ » nella cella A1, « $a' + b' + c'$ » nella cella B1 e la formula « $=A1/B1$ » nella cella C1. Trascina il punto B sulla circonferenza, per verificare la variazione del contenuto di tali celle.

Quale valore tende ad assumere la cella C1 quando il punto B si avvicina sempre di più al punto A ?

.....

Formula una congettura e completa la scrittura seguente.

$$\lim_{B \rightarrow A} \frac{a + b + c}{a' + b' + c'} = \dots\dots\dots$$

Ora puoi risolvere il problema per via analitica e verificare la validità della tua ipotesi.

Esercizio 2

1. Apri il foglio di calcolo e scrivi « x » nella cella A1 e « $f(x)$ » nella cella B1.
2. Inserisci «10» nella cella A2 e «20» nella cella A3.
3. Seleziona le celle A2 e A3 e, con lo strumento di riempimento automatico, copia e incolla valori fino a 1000 nella prima colonna.

4. Nella cella B2 inserisci la formula « $=(1+1/A2)^{A2}$ », per calcolare il valore della funzione.
5. Copia la formula su tutta la colonna B, fino alla cella dove hai inserito il valore «1000».
Qual è l'ultimo valore che trovi per la funzione?
Quante cifre decimali hai fissato?
6. Sostituisci nella cella A2 il valore «100» e in A3 «200».
7. Seleziona le celle A2 e A3 e, con lo strumento di riempimento automatico, copia e incolla valori fino a 10 000 nella prima colonna.
Qual è l'ultimo valore che trovi per la funzione?
Quante cifre decimali hai fissato?
8. Sostituisci nella cella A2 il valore «1000» e in A3 «2000».
9. Seleziona le celle A2 e A3 e, con lo strumento di riempimento automatico, copia e incolla valori fino a 100 000 nella prima colonna.
Qual è l'ultimo valore che trovi per la funzione?
Quante cifre decimali hai fissato?
10. Seleziona tutto l'intervallo di celle in cui hai inserito valori, comprese le celle A1 e B1.
11. Dal menu «Inserisci», inserisci un grafico a dispersione xy con linea continua.
Che cosa presenta tale grafico per $x \rightarrow +\infty$?